

Automatiseren van basisrekenensommen

Jef Moorkens

Jef Moorkens is psychopedagoog van opleiding en werkte van 1980 tot 2004 als psychopedagogisch consulent vanuit het PMS-centrum - en later vanuit het CLB - in verscheidene scholen voor buitengewoon onderwijs, meestal van het type 1 en het type 8. Hij was van 1995 tot 2000 directeur van het PMS-centrum voor BuO van Turnhout en is sindsdien coördinator in VCLB-Kempen, vestiging Hoogstraten. In de consultatieve leerkrachtenbegeleiding van handelingsplanning in het BuO (zowel groepshandelingsplanning als individuele handelingsplanning) kon hij als pedagoog zijn kennis verdiepen en concretiseren. Soms mondden die consultaties uit in pedagogische studiedagen, bij andere gelegenheden kwamen er schooloverstijgende projecten uit voort, over o.a. orthodidactiek van lezen, spellen en rekenen.

In het onderwijs aan kinderen met ernstige leerproblemen komen de onvolkomenheden van de courant gangbare leermethoden snel aan het licht. Weinig is vanzelfsprekend of gemakkelijk. Het is vaak nodig om out-of-the-box te denken. In het buitengewoon onderwijs (BuO) is men er dan op aangewezen om zogenaamde idiosyncratische theorieën te ontwikkelen: eigen toepassingen van concrete leerprincipes, gemonteerd in de concrete dagelijkse onderwijservaringen en bijgestuurd op grond van de leereffecten op de leerlingen. In dit artikel past Jef Moorkens dit toe op het verwerven van parate rekenkennis.

Sommen vanbuiten leren

Als je vandaag de dag spreekt over sommen vanbuiten leren dan klinkt dat voor velen als een vloek in de kerk. Het onderwijskundig denken over rekenen heeft de laatste 20 jaar immers de nadruk gelegd op met inzicht leren rekenen. Rekenen wordt vandaag door leerlingen terecht ervaren als kwantificeren van handelingen die je ook in het dagelijks leven stelt. Leerlingen leren dan ook (concrete) problemen en situaties oplossen met behulp van eigen strategieën en inzichten. Ook eindtermen en ontwikkelingsdoelen weerspiegelen die tendens weg van het formalisme van de blote sommen.



Het vanbuiten leren van sommen komt ondertussen over als “not done” en in vele klassen is het blijkbaar ook feitelijk “not done”. In sommige rekenmethoden - de zogenaamde realistische rekenwiskundemethoden - wordt er bijvoorbeeld nauwelijks aandacht aan besteed. Je krijgt een hele handleiding over het inzichtelijk aanbrengen van de maaltafels maar je krijgt zo goed als geen suggesties over inprenting van het geleerde. De impliciete boodschap lijkt hier te zijn: als de leerlingen het maar begrijpen dan komt de automatisatie wel vanzelf. Dat klopt echter niet, zo blijkt in de praktijk. Verstandige leerlingen die goed leren, die leren dat inderdaad wel vanzelf. Op een bepaald ogenblik lijken ze te redeneren: waarom al dat moeizame inzichtelijke gedoe, waarbij ik me allerlei hoeveelheden moet voorstellen en daar dan bewerkingen op moet doen... Weet je wat, ik leer de som gewoon vanbuiten, dat is wel zo gemakkelijk. Of het ook bewust zo gaat in hun bovenkamer laat ik in het midden.

De wat minder begaafde leerlingen hebben het er moeilijker mee. Zij hebben echt wel instructie nodig. De leerlingen met een zwak geheugen ten slotte, blijken het zeer moeilijk te hebben. Dat is niet zo vreemd want je treft hen met het leren van “parate kennis” op hun zwakke plek. De oplossing? Nogal wat kinderen krijgen dan onder het argument van “STICORDI-maatregel” een tafelkaart tot in het 4e, 5e, 6e leerjaar. Sommige leerlingen hebben, bij wijze van dispensatiemaatregel, vrijstelling van parate kennis voor een reeks basissommen. Het is de vraag of de gevolgen van die maatregel voldoende ingeschat worden. Als je dispenseert op het niveau van het lager onderwijs beperk je per definitie ook de mogelijkheden in het secundair onderwijs. Leerkrachten in het secundair onderwijs zijn het daarover niet altijd eens met leerkrachten in het basisonderwijs.

Twintig jaar discussie over handelingsplanning met leerkrachten in het buitengewoon lager onderwijs van het type 1 en 8 hebben me geleerd dat er toch wel heel wat mogelijk is als je maar de juiste keuzes maakt in je rekendidactiek. Ik heb ervaren dat de meeste leerlingen in het type 8 wel degelijk op een à twee jaar tijd de maaltafels en deeltafels konden leren. Als het met de leerlingen in het BuO kan, dan

moet het met de leerlingen in het regulier onderwijs ook kunnen, denk ik dan.

In wat volgt worden een aantal redeneringen opgebouwd die uitgaan van de noodsituatie die het buitengewoon onderwijs van het type 1 en 8 is. De leerlingen die er binnenkomen hebben steevast een aanzienlijke scholingsachterstand. De school voor buitengewoon onderwijs zal vaak al heel hard gewerkt hebben als die scholingsachterstand niet toeneemt. Het kiezen van de juiste onderwijsdoelstellingen moet er met grote zorg gebeuren, want er is geen tijd te verliezen en het verwerven van de minimaal noodzakelijke doelstellingen zal vaak al meer dan moeilijk genoeg zijn. Toch zijn deze redeneringen ook relevant voor het gewone onderwijs. Het buitengewoon onderwijs is enkel een uitvergroting van de onderwijskundige problematiek. Anders gezegd: als een onderwijskundige aanpak werkt in het buitengewoon onderwijs dan zal die ook werken in het gewoon onderwijs, wat omgekeerd niet kan gezegd worden. Daarmee is niet gezegd dat de BuO-aanpak in het gewoon onderwijs ook wenselijk en haalbaar is.

In wat volgt staan een aantal statements over het verwerven van parate rekenkennis. Ze zijn zo geformuleerd om erover na te denken. Om in de rekenterminologie te blijven: het gaat hier niet om een wetenschappelijk traktaat vol declaratieve kennis. Het is eerder de bedoeling aan te zetten om het eens op de heuristische manier te proberen: als anderen hiermee geholpen worden om kritisch en constructief over de problematiek na te denken, is mijn doel bereikt.

Hoezo, parate kennis en dagelijks leven?

Je bent in een grootwarenhuis en je ziet daar een product in de aanbieding staan voor € 6,80. Je wilt er 3 kopen maar je beseft plots dat je enkel één briefje van € 20 bij je hebt. Kan je dan wel drie van die producten betalen?

Je staat op een bouwverf en je moet 3 elektriciteitsbuizen plaatsen van exact 68 cm. Je hebt daar enkel een buis van

2 meter liggen. Kom je toe met die buis of moet je naar je bedrijfswagen om een extra buis te halen?

Je hebt een proeflapje gebreid en je hebt uitgerekend dat je exact 200 steken moet opzetten om de juiste breedte van je breiwerk te hebben. Nu wil je een breipatroon gebruiken dat precies 68 steken behelst. Kan je dat breipatroon 3 keer gebruiken of is je breiwerk dan te breed (of te smal)?

Deze situaties zijn uit het leven gegrepen, niet? En je hebt niet altijd een rekenmachine bij de hand, ook geen computer of zelfs geen blaadje papier. Handig rekenen kan je helpen, maar het zal toch altijd “handig” zijn als je je maaltafels vanbuiten kent om de uitkomst te vinden...

Een andere observatie: hoe vaak slaan mensen in een tv-quiz de bal mis als ze een eenvoudige rekensom, niveau 2e of 3e leerjaar lager onderwijs moeten oplossen? Het antwoord komt vaak niet snel genoeg, dan gaan ze raden en zitten ze fout. We leren gelukkig niet rekenen om aan een tv-quiz te kunnen meedoen, maar je ziet wel wat er gebeurt.

Uit onderzoek blijkt dat mensen die dergelijke problemen moeten oplossen op de meest uiteenlopende manieren te werk gaan en slechts zelden werken zoals ze dat op school van de leerkracht geleerd hebben. Dat geldt zelfs al voor leerlingen die de leerstof nog maar pas verworven hebben. Voor het genereren van oplossingen op problemen mogen er dan vele wegen zijn, voor het oproepen van parate kennis over basisrekensommen ligt dat echter anders. Daar moet immers niet over nagedacht worden. Een basisrekensom moet “enkel” uit het geheugen opgediept worden en het resultaat van de bewerking moet ten dienste staan van een probleemoplossende handeling. Een goede parate kennis is dus trefzeker en sluit raden in feite uit.

Wanneer is parate kennis werkelijk paraat?

Wat bij leren rekenen vaak te weinig gedaan wordt is redeneren vanuit de gewenste eindhandeling. De gewenste

eindhandeling als het gaat over parate kennis van basissommen is de volgende. Mensen moeten ten minste mondeling een sommetje met uitkomst kunnen zeggen en wel op een geautomatiseerd niveau, bv. "8 + 5 = 13" in een cadans binnen 2 seconden, zodat je binnen 10 seconden op die manier 5 sommen zou kunnen oplossen. Oplossen is dan: de hele som zeggen, niet alleen de uitkomst. Kijk naar je dagelijks leven: daar kom je het niet tegen dat je enkel een uitkomst zegt. Niemand steekt je een "opdracht" onder je neus: je maakt je opdracht zelf en je zegt de juiste uitkomst erbij. Ook bij cijferend rekenen gaat dat zo. Je praat tegen jezelf, al dan niet verinnerlijkt, maar je zult bij een staartdeling gauw de draad

kwijt zijn als je dat niet doet. Typisch bij een staartdeling is dat je moet kunnen aftrekken, vermenigvuldigen en delen in allerlei vormen en tussenoplossingen zonder het geheel uit het oog te verliezen. Bij dat soort rekenwerk wordt heel veel gevraagd van je werkgeheugen. Als je langetermijngeheugen het dan nog laat afweten omdat je bepaalde sommen niet paraat hebt dan komt je werkgeheugen voor een onmogelijke taak te staan.

"Sommetjes" moet je dus mondeling vanbuiten kennen. Dit betekent dat je ze ook mondeling vanbuiten moet leren. En dat het weinig zin heeft om ze schriftelijk vanbuiten te leren want je werkt er niet mee op die manier. Anders gezegd: als je kinderen hun parate kennis laat "oefenen" op papier dan breng je hen in feite op een zijweg. Je bent meer aan het toetsen dan

aan het leren. Het leren dat zich dan eventueel voordoet verloopt goeddeels met gissen en missen. Ofwel bewandelen leerlingen de verkeerde weg door de sommetjes op een inzichtelijke manier op te lossen (dat kan je naderhand zien als de sommetjes wel goed waren maar veel te traag afgewerkt). In feite leidt een "visualisering" van oefeningen in parate kennis de leerlingen (en de leerkrachten) af van de elementaire leerhandeling die moet worden verworven.

Wat zijn zoal "slechte" of ongewenste leerresultaten?

- Je leert parate kennis op de computer en je kent de sommetjes alleen als ze op een computer worden aangeboden in de vertrouwde vorm waarin je ze geleerd hebt. Dan kan je enkel rekenen als je aan een computer zit... Deze situatie is niet zo vergezocht als je kinderen met ernstige leerproblemen ooit zien leren hebt. Hetzelfde soort probleem duikt overigens op als je enkel sommetjes kan oplossen als je de opdracht op papier ziet staan. Je bent dan te afhankelijk van materiaal-kenmerken om over een volwaardig leerresultaat te spreken.

- In het verlengde van het voorgaande kan je het volgende probleem hebben. Je hebt een visuele voorstelling van de basisrekenom nodig, eventueel verinnerlijkt, maar je moet nog altijd het sommetje a.h.w. “zien” om het antwoord te weten. Mythen als het “visueel geheugen” steken dan de kop op. Dat visualiseren maakt je erg kwetsbaar voor interferentie met andere visuele voorstellingen die bij de rekentaak horen die je op dat moment moet oplossen. En die andere visualisering zijn er zo goed als zeker. Het volstaat om eens door een handboek te bladeren om dat te beseffen. Zeker leerlingen die moeizaam leren hebben nog extra last van dergelijke interferenties. Het is moeilijk om twee (of meer!) verschillende zaken tegelijk te “lezen”.
- Je bent voor het oproepen van de juiste oplossing afhankelijk van een rijtje. Je moet bijvoorbeeld de tafel van 7 vanaf 1×7 beginnen reciteren om erachter te komen hoeveel 9×7 is. Dat duurt veel te lang. Het leidt je ook af van de eigenlijke rekentaak waarvan die 9×7 allicht maar een deelhandeling is.
- Je bent afhankelijk van een aantal regeltjes, beregelingen of redeneringen om op het antwoord te komen. Bijvoorbeeld: ik weet hoeveel 7 keer zeven is, 8 keer zeven is nog een groepje van 7 erbij, dus... Nog afgezien van het feit dat je als leerling telkens het juiste regeltje moet kiezen (de ene keer is het de commutativiteit, de andere keer een knoop...) duurt het allemaal te lang om tot een bevredigend leerresultaat te komen.
- Daarmee samenhangend is er het geloof (zowel bij de leerkracht als bij de leerling) dat sommige basisreken-sommen gemakkelijker te onthouden zijn dan andere en dat je daar dan minder aandacht moet aan geven. Resultaat: leerlingen kennen wel de zogenaamde “moeilijke” sommen maar verwarren de gemakkelijke.
- Leerlingen weten een aantal basisre-kensommen vanbuiten maar ze hebben het idee dat ze er wel komen met de andere als ze maar juist raden. Die leerlingen zijn zich onvoldoende bewust van het feit dat je die sommen effectief allemaal vanbuiten kan leren als je er maar doelbewust moeite voor doet. Ze maken hun handelen afhankelijk van het toeval en geven de

controle dus uit handen. Tegelijk vertrouwen ze erop dat het allemaal wel losloopt. Een gevaarlijke opinie, zeker als je bedenkt dat er honderden basisreken-sommen zijn en slechts 10 cijfers en 4 bewerkingen.

Wat is de leerstof?

Alleen al de optelsommen en aftreksom-men tot 20 gaan over honderden sommen. We geven een voorbeeld van één familie.

$$\begin{aligned} 5 + 3 &= 8 \\ 3 + 5 &= 8 \\ 8 &= 5 + 3 \\ 8 &= 3 + 5 \\ 8 - 3 &= 5 \\ 8 - 5 &= 3 \end{aligned}$$

De geïllustreerde leerstof is rechttoe rechtaan sommen met daarbij splitsingen tot 10. Splitsingen zijn een speciaal geval. Splitsingen tot 10 zijn minimaal nodig om vaardig te leren rekenen, ook als je de leerstof over hoofdrekenen zou beperken en vooral op cijferend rekenen zou focussen. Beperk je dan wel tot het type “een grootheid kan je opsplitsen in volgende samenstellende delen”, met andere woorden $x = y + z$. Sommen zoals $7 = 9 - 2$ moet je dan weer niet gaan memoriseren: dat is ballast en is eerder te zien als een puntsom van het type “ $7 = 9 -$ ”. Je hebt dit soort sommen niet nodig om splitsingen toe te passen bij de brugsommen, dus laat ze voor wat ze zijn. Naast basissommen (+ en – tot 20) en de splitsingen van 10 heb je ook nog de maaltafels en de deeltafels. Het gaat dus om ettelijke honderden sommen die een goede rekenaar in ieder geval vanbuiten kent. Zonder die parate kennis zou zijn rekenvaardigheid ernstig belemmerd worden. Speciaal aan dit soort parate kennis is het feit dat het voortdurend over dezelfde getallen gaat, maar dan telkens in een andere combinatie.

Hierbij valt op te merken dat het natuurlijk weinig zin heeft om parate kennis te verwerven zonder dat je weet wat je doet: een leerling moet te allen tijde kunnen laten zien hoe bijvoorbeeld “8 maal 5 is 40” eruitziet (bv. met materiaal). Ook die “omgekeerde weg” getuigt van inzicht: het hoeft niet altijd per se van “getalsverwerking” naar “automa-

tisme” te gaan. Omgekeerd is het ook zo dat een goede parate kennis het begrijpen van meer complexe bewerkin-gen vergemakkelijkt. Je kan je dan namelijk meer concentreren op de nieuwe of moeilijke leerstof en moet je niet meer afvragen hoeveel 9 keer 8 alweer was.

Twee stellingen over parate kennis

Stelling 1. Parate kennis verwerven is een ANDERE doelstelling dan inzichtelijke kennis en vaardigheden over rekenen verwerven.

Parate kennis verwerven is “iets leren onthouden” i.p.v. “iets leren begrijpen of beredeneren”. Het ene doel sluit het andere niet uit. Integendeel, ze zijn beide nodig. Maar het ene vloeit niet voort uit het andere, zoals vaak ten onrechte wordt verondersteld. Verkorten is niet hetzelfde als automatiseren. Parate kennis is wellicht de kers op de taart, maar de taart is niet gelijk te stellen met de kers. En die kers zonder taart heeft ook weinig zin. Dat automatiseren niet automatisch komt bewijzen de vele zwakke rekenaars en zeker de mensen met dyscalculie¹ onder hen. Als automa-tiseren niet automatisch komt dan moet je het doelgericht gaan aanleren. Zeker de leerlingen met dyscalculie zullen hier een hele kluit aan hebben. Het is gevaarlijk om te veronderstellen dat automatisatie wel vanzelf zal volgen in het verinnerlijkings- en verkortingspro-ces. Het is op zijn minst voor de didactiek nodig om automatisatie als een apart na te streven doel te stellen. Zelfs voor leerlingen die goed leren is dat de moeite waard. Als ze via een effectieve en efficiënte methode de sommen automatiseren zal het ook voor hen minder moeite kosten, minder lang duren en er zullen minder (of geen) gaten in hun geheugen zitten. Zeker bij dit soort leerstof, waarbij in feite enkel het perfecte leerresultaat goed genoeg is, is dat de moeite waard. Ik geef hieronder het “voorbeeld van de gracht”. Elke vergelijking loopt wel ergens mank maar met deze vergelijking heb ik bij leerkrachten soms enig licht in de duisternis gebracht.

Stel je voor dat je voor een gracht staat. Er is een bruggetje 100 meter verderop. Je moet aan de overkant van de gracht komen ter hoogte van de plaats waar je nu staat. De uitgebreide handeling is dan: zonder struikelen of verkeerd lopen naar de brug wandelen, de gracht oversteken via de brug en aan de overkant terugkeren. Dit zou je kunnen versnellen: i.p.v. te wandelen zet je er stevig de pas in, of je begint zelfs te lopen. Je zou dit ook kunnen verkorten: je gaat op stelten of je neemt een fiets. Het zal dan wel sneller gaan, maar het blijft bewerkelijk en een bepaalde snelheid (traagheid) kan je niet meer verbeteren. Tenzij... je over de gracht springt! Dat gaat zeer snel. Eigenlijk kan het niet sneller, maar het is alleszins veel sneller dan via het bruggetje. Het is ook een wezenlijk andere handeling dan de wandeling en de voordien genomen route.

Springen zou je kunnen vergelijken met het automatiseren van basissommen. Je komt daar niet aan toe door altijd maar sneller op een inzichtelijke manier kwantificerend te handelen. Je komt daar wel toe door sommen "rats vanbuiten te leren". Anders gezegd: met verkorten verander je de handeling maar je blijft dezelfde route bewandelen. Bij automatiseren kan het best zo zijn dat je niet alleen de handeling maar ook de route verandert en toch uitkomt waar je wilt (want er is maar een goede oplossing). Overigens kan die persoon die over de gracht is gesprongen best ook de omweg langs de brug nog maken. Dat zal hij trouwens wel moeten als bij een volgende gelegenheid de gracht te breed is.

Stelling 2. Parate kennis verwerven is als versjes leren.

Denk aan de eindhandeling: een vaardige rekenaar is zich helemaal niet bewust van wat hij inzichtelijk bedoelt als hij zegt "8 keer 8 is 64". Hij kent het versje van buiten. Als je hem vraagt wat dat dan betekent dan zal hij dat wel kunnen uitleggen, maar dat uitleggen is een andere handeling dan het opdiepen van het juiste versje uit het langetermijngeheugen. Als dat klopt dan moeten we het leren van parate kennis allicht anders aanpakken.

Laten we eens kijken naar een ander soort versje:

"Sinterklaasje bonne bonne bonne
Gooi wat in mijn lege lege tonne
Gooi wat in mijn laarsje
Dank u Sinterklaasje"

Hoe leren we dat versje aan leerlingen aan? Gaan we etymologisch te werk? Door te verklaren dat "bonne" allicht komt van het Franse adjectief "bon" of van "bonhomme"? Om dan voort te gaan met een beroep op hun theory of mind, en te verklaren dat de zanger Sinterklaas "goed" noemt om bij hem in het gevlj te komen? Dat tonne een recipiënt is dat als elementair kenmerk heeft dat het leeg is, en wel in die mate dat de goede Sint er wat kan in deponeren? Dat het logischerwijze eigenlijk geen rol speelt welk recipiënt er is: tonne is enkel gekozen omdat het rijmt op "bonne", bewijs daarvan is dat de goede Sint de begeerde waar ook in een laarsje mag gooien (als hij maar gooit, dat is het voornaamste)? ...

Of gaan we de musicologische toer op? Leggen we uit dat hier de maat van 2 (of van 4?) wordt gebruikt? Dat buiten de maat ook nog de melodie van belang is? Dat daarbij de juiste sleutel (Sol? Fa?) moet worden gehandhaafd? ...

Of gaan we voorzingen: "Sinterklaasje..." en moeten de leerlingen aanvullen met "bonne bonne bonne", waarna wij weer "Gooi wat in mijn..." en de leerlingen "... lege lege tonne" zingen? Zo wordt vaak aan didactiek van parate kennis gedaan, toch? De leraar zegt de som en de leerling moet de uitkomst zeggen...

Ik dacht niet dat we zo te werk gaan als we een liedje aanleren! Wat zou je bijvoorbeeld wel kunnen doen? Je zingt het liedje voor, zin per zin. Je laat een leerling het eens zingen die het al kent. Je laat de groep zachtjes mee zingen terwijl jij luid voorzingt. Je laat de groep eens zingen zonder jouw eigen stem terwijl je wel de maat slaat; je laat een leerling die het al redelijk goed kent alleen zingen en je geeft directe feedback: iets hoger, wat stiller, wat luider, wat sneller, wat trager, hier meer de klemtoon enzovoorts.



Wat heeft dat "klazenverhaal" met parate rekenkennis te maken? Wel, een basissom zou je kunnen beschouwen als een versje-met-de-maat-van-5:

"acht"	"plus"	"drie"	"is"	"elf"
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

Een goede rekenaar kan die som in een vaste cadans en tegen hoge snelheid zeggen. Hij heeft GEEN latentietijd tussen (4) en (5), maar zegt in een adem: "acht plus drie is elf". Het wat lachwekkende voorbeeld van Sinterklaas illustreert wel dat je niet alles uittrenturen "inzichtelijk" moet uitleggen als dat niet nodig is om je doel te bereiken. Als het doel is om het liedje te leren zingen, hoef je al die uitleg ook niet te krijgen. Het moet ook duidelijk zijn dat "inzichtelijke hulp" zoals het laten zien dat er "families" zijn onder de basissommen wel zinvol kan zijn maar niet echt helpt om de boel uiteindelijk echt vanbuiten te leren. Het heeft wellicht vooral een motivationele waarde. Het structureert ook de leerstof. Het geeft een aanzet tot gericht inprenten, maar het inprenten zelf moet nog gebeuren. Kunnen we misschien wat leerprincipes



uit de muziekdidactiek overplanten naar de didactiek van de parate rekenkennis? Het is niet ondenkbaar om de sommetjes al zingend te leren. De bewoners van Sesamstraat doen het ons geregeld voor. Of Dora en haar vriendjes, die zijn ook niet onverdienstelijk op dat vlak. Dora laat geregeld zien hoe je dergelijke leertaken voorbereidt. Nu ja, als je niet voor zingen bent, dan kan je wellicht toch het element “cadans” uitspelen. Dat idee doet wellicht wenkbrauwen fronsen omdat het beeld van de “sommen dramme klas” dan snel opduikt. Hoewel er voor de hand liggende bezwaren tegen dat klassengedram zijn, is het niet nodig om het kind met het badwater weg te gooien. Een goede cadans of ritme nastreven kan helpen bij inprenten. Uitdaging genoeg voor een creatieve leerkracht.

"De systeem-scheiding?"



Leerprincipes: we kennen ze “in het algemeen” maar passen we ze ook toe bij het leren van parate kennis?

Het is goed om te beseffen welke leerprincipes kunnen gebruikt worden bij het verwerven van parate kennis. We leggen het hier (hopelijk) niet te technisch uit. Het gaat er maar om een aantal richtingen aan te geven waarover onderwijsgevenden kunnen nadenken. We hebben hier ook niet de pretentie om volledig te zijn.

Operante conditionering. Er is niets mis met operante conditionering, maar dan liefst op een manier dat er zo weinig mogelijk gissen en missen speelt. Combineer dit dus liefst met andere leerprincipes. Immers, een basissom vanbuiten leren is het leggen van een zeer eenvoudige associatie tussen de som en de uitkomst, beter gezegd tussen de termen, de operator, het gelijkheidsteken en de uitkomst (samen 5 “dingen”). Wat je moet bekrachtigen is niet het geven van de juiste uitkomst, maar het leggen van de juiste associatie. Doordat het hier gaat om zeer eenvoudige associaties moet je beseffen dat leerlingen NIET van hun fouten kunnen leren. Integendeel, door fouten te maken LEREN ze fouten maken. Denk aan de wet van het effect van Thorndike (1874-1949): een bepaald gedrag neemt toe als het gevolgd wordt door een prettige gebeurtenis of beloning. Je hebt niet altijd je bekrachtigers onder controle, zeker niet in een groep. Dat geldt zeker als je er niet met je neus op staat als leerlingen een oefening maken (zie verder de uitleg over schriftelijke oefeningen). De theorie van het connectionisme (Van Orden?) duidt ook aan dat herhaalde blootstelling aan gelijk welke associatie tot een spoor in het langetermijngeheugen leidt. Dit betekent dus dat elke verkeerde associatie even vrolijk ingeprent wordt als elke juiste associatie. Juist bij dit soort elementaire associaties als rekenfeiten is dat een verderfelijke effect. Hoe meer foute associaties je maakt, hoe moeilijker het wordt om de goede in te prenten (denk aan je eigen ervaringen: het is veel moeilijker een slechte gewoonte af te leren dan een nieuwe aan te leren).

Het goede voorbeeld. Leerlingen leren

gemakkelijk van het goede voorbeeld, zeker als het leerdoel moeilijker is om uit te leggen dan om voor te doen. Leerlingen leren ook gemakkelijker van peers die iets voordoen dan van volwassenen. Door modeling toe te passen kan je ook zonder woorden de standaard van gedrag aangeven: het moet altijd correct zijn en het moet zo en zo snel gaan. Dat is iets wat leerlingen niet zo gauw uit zichzelf zullen doen, zeker niet als ze het niet goed kunnen. Observatieel leren doet zich voor als je een ander een taak met goed gevolg ziet uitvoeren. Goed uitgespeeld vermijd je zo ook leren met gissen en missen (Zimmerman & Rosenthal, 1974). Die wetmatigheid wordt in het onderwijs zeer vaak gebruikt maar zeker niet altijd bewust en doelgericht uitgespeeld.

Inprentingsmethodiek. Werk zeer veel met herhaling. Speel met de oefeningen op een manier dat de leerlingen het antwoord wel moeten leren om het in hun langetermijngeheugen op te bergen en er ook weer uit te halen. Een kortetermijngeheugen kan maar 5 tot 8 seconden een item behouden zonder extra memorisatiewerk. Bij leerlingen met een zwak geheugen zal dat allicht nog minder zijn. Maak dan ook oefeningen waarbij de leerlingen de kans krijgen om een basissom te memoriseren en om de ingeprente kennis ook te consolideren.

Luidop verwoorden van de basissom is het doel. Waarom dan ook niet van bij het begin in dat kanaal blijven als je parate kennis aanleert? In het geheugen van een leerling horen de geautomatiseerde basissommen thuis bij de verbale informatie, niet bij de visuele voorstellingen. Visualisering, laten schrijven, het zijn allemaal nodeloze omwegen om je doel te bereiken. Daardoor gaat het leren onthouden juist langer duren en zo'n leuke bezigheid is dat nu ook weer niet. Er is ook geen tijd te verliezen! De rest van de rekenleerstof gaat almaar door. De parate kennis kan je pas aanleren als de betrokken leerstof eerst al inzichtelijk beheerst is. Je loopt met parate kennis dus wat achter de feiten aan en toch heb je ze vaak al snel nodig bij het verwerven van nieuwe kennis.

Beperk je tot de noodzakelijke leerinhouden. Optellen en aftrekken tot 20, de splitsingen tot 10, de maaltafels en de deeltafels van 1 tot 10. Dat zijn de minimaal noodzakelijke vaardigheden

waarmee een leerling zowat alle hoofdbewerkingen van de basisschool al cijferend kan oplossen. De sommen tussen 10 en 20 horen daar wellicht strikt genomen niet bij maar ze komen in het dagelijks leven zo vaak voor dat je ze er daarom beter bij neemt. De splitsingen tot 10 krijg je er a.h.w. gratis bij als je werkt met “families”, (bv. $5+4=9$; $4+5=9$; $9=5+4$; $9=4+5$). Splitsingen van 11 tot 20 zijn “leuk” maar niet noodzakelijk om te cijferen of aan hoofdrekenen te doen. Puntssommen zijn geen oefeningen voor parate kennis maar eigenlijk vraagstukken op symbolisch niveau. Jonge kinderen snel een hoeveelheid leren herkennen is dan weer wel een soort parate kennis die vaak niet geoefend wordt. Hiermee bedoelen we bv. snel zien dat een groepje “vier” is zonder ze te hoeven

tellen (dit lukt enkel met kleine hoeveelheden maar het is voor moeizame leerders een hele uitkomst, anders blijven ze een voor een aftellen). Ook vaardig tellen en terugtellen, vraagt een behoorlijke brok automatisatie.

Zorg voor systeemscheiding (Van Parreren, 1960)³ waar het nodig is. Je kunt verwarring in de hand werken of tegengaan door te spelen met de combinatie van oefeningen. Als je bv. in een sessie tegelijk sommen stopt zoals $5 + 3 = 8$ en $8 - 3 = 5$ dan is het goed mogelijk dat een leerling vindt dat $3 - 5 = 8$. Wie verwarring zaait zal leerproblemen oogsten. Wat logisch is, is niet per se ook psychologisch... Vermijd om “gekende” sommen ook nog eens te afficheren tegen de muur: zo leer je leerlingen het

goede antwoord aflezen i.p.v. het zich te herinneren. En je werkt verwarring nog in de hand als je vervolgens met nieuwe oefeningen komt waarbij dezelfde 3 termen voorkomen maar dan met een andere uitkomst. Bovendien is het voor moeilijk lerenden erg demotiverend: waarom zouden ze die moeizame inprenting doen als ze het resultaat even goed van de muur kunnen aflezen...

Creëer aan de andere kant geen systeemscheiding waar die het goede leerresultaat tegenwerkt. Bijvoorbeeld, het in stilte oplossen van sommetjes is geen goed idee om parate kennis te leren. Om te beginnen moet de vaardigheid uiteindelijk in het vocale kanaal functioneren. Bovendien komen er bij schriftelijk oefenen andere vaardigheden te pas die



EEN TYPELES OVER LEREN ONTHOUDEN VAN

Wat volgt is een van de honderden mogelijke varianten van een rekenles over het leren onthouden van basissommen. Er is abstractie gemaakt van de diversiteitsproblematiek in de klassituatie. Een goede leerkracht maakt van dit soort basisstructuur een energieke, leuke, wisselende maar vooral ook korte en intensieve inprentingsoefening.

1. Het is een goed idee om elke rekenles te beginnen met een redactiesom. Deze som is liefst uit het leven gegrepen en eventueel geformuleerd door de leerlingen zelf. Zo beseffen zij waarom zij ook alweer leren rekenen.
2. Plan daarna 5 minuten leren onthouden. Dit is zware arbeid en de geesten moeten er fris voor zijn. Kies een aantal basissommen om te memoriseren. Zorg dat er weinig kans op verwarring mogelijk is. Kies het “juiste” aantal. Maak daartoe een jaarplan en bepaal vooraf wanneer je met welke sommen wil klaar zijn. Bedenk dat je met een tempo van 5 nieuwe basissommen per dag 100 basissommen gememoriseerd krijgt op 4 weken. Maar 5 “nieuwe” per dag is niet weinig! Zoek een haalbare “dosis”. Leerlingen die per dag 10 Latijnse woorden uit het hoofd moeten leren, hebben daar een hele kluit aan, en dat gaat dan om leerlingen die goed kunnen leren. Jij bepaalt het leertempo, maar je kunt beter van bij de start incalculeren dat niet iedereen gelijke tred zal kunnen houden. Voorzie wel mogelijkheden voor zwakkere leerders om bij te benen.

Begin de onthoudsessie met een nieuw te memoriseren basissom.

Bijvoorbeeld: $5 + 7 = 12$.

- o Spreek die basissom voortdurend volledig uit: de som mét de uitkomst. Laat een leerling de som snel even uitwerken met het vertrouwde klassikale materiaal: je neemt er 5, je splitst 7 in 5 en 2, je hebt 10 en 2: samen 12.
- o Zodra de som gelegd is, doe je het materiaal weg. Je zegt zelf “ $5 + 7 = 12$ ”. Je laat enkele leerlingen papegaaien.
- o Dan las je een dode tijd in gedurende ongeveer 8 à 10 seconden. Stop die tijd vooral niet vol met andere auditieve input! Tenzij je ondervond

het leerproces alleen maar belasten (bv. materiaalkenmerken zoals lezen van links naar rechts, focussen op de plaats waar je de uitkomst moet schrijven, je balpen goed vasthouden, schrijven van links naar rechts: je zegt “zesenvijftig” maar je schrijft eerst de 5 en dan de 6, weer focussen op de volgende oefening: juist onder de vorige, of in een volgende kolom bovenaan, of op de volgende pagina...). Dit soort banale details maken het structuurzwakke kinderen allemaal moeilijk tijdens het schriftelijk oefenen, terwijl ze zouden moeten bezig zijn met het leggen van de juiste associatie tussen een som en de uitkomst. Stel dan nog dat ze het op de schriftelijke manier goed leren, dan is er nog helemaal geen garantie dat ze het ook mondeling kunnen! Veel kans zelfs van niet. Het is vaak al voldoende om

leerlingen “tilt” te laten slaan als je de voorstelling van de somvorm verandert. Zet bijvoorbeeld de twee termen maar eens onder elkaar – dit lijkt wellicht onorthodox maar bedenk dan dat leerlingen hun parate kennis voortdurend zo zullen moeten toepassen bij het cijferend rekenen⁴.

Zorg voor maximale controle over het leerproces. Een bijkomend nadeel van schriftelijk werken is dat je geen controle kan uitoefenen op de manier waarop de leerlingen tot de uitkomst komen. Hebben ze toch niet snel geteld, of het antwoord beredeneerd, of hebben ze gewoon gegokt, of afgekeken? Je weet het niet. Met schriftelijke oefeningen geef je in feite het leerresultaat uit handen als het om parate kennis gaat.

Algemeen komt het hierop neer: parate kennis van basissommen is zeer domeinspecifieke declaratieve kennis die je enkel moet verwerven in de modaliteit waarin dat functioneel is. Let wel, het is géén domeinspecifieke kennis in de zin dat het bij het “domein” hoofdrekenen of bij het “domein” cijferrekenen hoort. Parate kennis is namelijk in allerlei situaties inzetbaar. Maar het hoort wel degelijk bij zijn eigen domein: dat van de dingen die je mondeling vanbuiten leert. Je moet de som dus niet “zien” als een “Gestalt” of hij moet niet “in je vingers zitten” zoals je handtekening bijvoorbeeld. Kenmerkend is wel dat je de kennis kan inzetten terwijl de focus van je aandacht op iets anders gericht is, zoals op het oplossen van een probleem. Het volstaat dat je sommen (d.w.z. de hele som, niet enkel de

BASISREKENSOMMEN

dat je leerlingen dat aankunnen, dan kan je bv. een leerling luidop van 17 tot 9 laten terugtellen.

- Laat een zandloper lopen.
 - Als je een smartboard hebt kan je een tijdbalk laten lopen.
 - Elke activiteit om de tijd te doden is oké als hij de leerling maar niet wegleidt van de taak om $5 + 7 = 12$ te onthouden.
- o Nu komt de kat op de koord. Duid iemand aan en vraag: “Hoeveel is $5 + 7$?” Als die het niet meer weet, antwoordt hij niet maar maakt een neutraal gebaar (bv. handpalm horizontaal voor zich uit houden). Het is belangrijk om geen fouten te horen.
 - o Duid dan iemand anders aan. Negeer opgestoken vingers: iedereen moet zich betrokken weten. Iedereen kan aangeduid worden, maar het is niet erg als je het vergeten bent (handpalm opsteken).
 - o Als het juiste antwoord komt, duid je nog twee andere leerlingen aan die het na moeten zeggen.
 - o Vervolgens vraag je enkele basissommen waarvan je zeker weet dat iedereen ze kent.
 - o Dan weer $5 + 7 = 12$.
 - o Dan vraag je de basissommen die je gisteren hebt aangebracht.
 - o Dan weer $5 + 7 = 12$.
3. Nu begin je aan een nieuwe basissom en je volgt dezelfde procedure. Omwille van de commutativiteit van de optelling kan je in een moeite er ook $7 + 5 = 12$ bij nemen. Dat kan je niet bij de aftreksommen. Daar kan je wel van tijd tot tijd eens een “onmogelijke” som vragen (als je bv. $11 - 7$ behandelt, vraag je ook eens $7 - 11$). Als leerlingen weten dat je hen soms probeert te foppen zullen ze zich daarop instellen en het juist leuk vinden om de leerkracht te slim af te zijn. Je zult moeten beslissen wat je doet als je $11 - 7$ behandelt: neem je er ook $11 - 4$ bij of niet? In tegenstelling tot $7 + 5$ en $5 + 7$ gaat het bij de genoemde aftreksommen om een hele andere som: de handeling is anders en de uitkomst evenzeer. Wat logisch is, is daarom nog niet psychologisch. Vermijd tegelijkertijd aanbrengen als je merkt dat er verwarring optreedt.

Het zal wel duidelijk zijn dat zo’n les best levendig kan verlopen. Je kunt aan inprenting doen zonder in vervelend gedram te vervallen. Maar het is wel intens, zowel voor de leerlingen als voor de leerkracht.

- Je kunt met kaartjes werken die leerlingen moeten oplezen. Daar staat dan uiteraard de uitkomst niet bij want anders wordt het een leesoefening in plaats van een onthoudsessie. Eis wel dat leerlingen antwoorden met het reciteren van de volledige basissom en niet alleen met het antwoord. Het is immers de associatie die je wilt doen inprenten, niet de uitkomst alleen.
- Afficheer nooit de basissommen. Je verleidt er de zwakkere leerlingen mee om juist niet te gaan onthouden, want aflezen van de muur is veel gemakkelijker. Zoek naar andere manieren om de individuele vooruitgang en die van de groep te visualiseren. Dat geeft de burger moed.
- Laat leerlingen even oefenen op een vrij moment of organiseer bv. tijdens het laatste half uur van de dag een sessie “zelfstandig werk” waarbij ook weer even die basissommen kunnen gememoriseerd worden. Of beperk die sessie tot 5 minuten en laat ze uitsluitend de basisrekeningen van die dag oefenen; of laat herhalen wat die week aan bod kwam... Laat ze het altijd mondeling doen (via peer tutoring bijvoorbeeld met behulp van kaartjes met aan de ene kant de opgave en aan de andere kant de uitkomst).
- Bedenk dat ons geheugen weerbarstig kan zijn. Ook die leerlingen die Latijn aan het leren zijn moeten het dagelijks beleven dat die nieuwe woordjes, die er gisteren zo goed leken in te zitten, vandaag alweer gedeeltelijk vergeten zijn... Herhalen is de boodschap. De kunst is om die herhaling te verpakken in werkvormen die aantrekkelijk en afwisselend zijn, zonder de leerling van zijn taak af te leiden. Daarom moet je de sessies ook zo kort houden. Langer dan 5 minuten intens oefenen is een aanslag op het concentratievermogen van de leerlingen.

uitkomst!) in een ruk kan zeggen, luidop (uiteraard in de leerfase want anders kan je niet volgen als leerkracht) of in stilte tegen jezelf. Je moet dat in feite voor een goed leerresultaat kunnen in een tweetal seconden per volledige som. De rekendidactiek moet dan ook sterk zijn waar de leerling zwak is: als de leerling een zwak geheugen heeft moet de didactiek sterk zijn in het laten functioneren van dat geheugen. Het is belangrijk om enkel te leren wat nodig is, zonder overbodige ballast, maar dan wel tot op de correcte standaard van gedrag. En dan nog liefst op een manier dat de trainingssessie zowel voor de sterkere leerlingen als voor de zwakkere zinvol blijft, want dit soort oefeningen doe je best met alle leerlingen samen, tot en met gefocust op het goede leerresultaat. Omdat het in feite vervelende leerstof is moet je als leerkracht ook nog flink nadenken over hoe je leerlingen kan motiveren om door deze leerstof heen te komen. Effectieve én efficiënte leermethoden zijn hier dus meer dan ooit nodig.

Kan de computer het niet oplossen?

Computeroefeningen lijken wellicht een goede oplossing. We staan hier stil bij computeroefeningen in het licht van de beschreven leerprincipes. In het ideale geval zou de computer een som moeten voorzeggen en zou de leerling de som na moeten spreken met de juiste uitkomst erbij. Via spraakherkenning vindt de computer dan uit of het antwoord correct was. Zo ja volgt er een pluim, zo nee geeft de computer een herhaling: de som met de goede uitkomst wordt voorgezegd, de leerling papegaait, er komt even (bv. 10 seconden lang) een afleiding op het scherm en dan wordt de som weer aangeboden. De leerling wordt hierdoor verplicht om de goede som in zijn langetermijngeheugen te stoppen. Zeer positief zou ook zijn dat een leerling gewoon kan aangeven dat hij een som niet (meer) weet: dat is immers beter dan hem te laten gokken, want bij gokken prent die leerling ten onrechte een foute respons in. Als een leerling aangeeft dat hij het niet meer weet zou

een modeling van de correcte respons kunnen volgen, met gebruikmaking van de zojuist vermelde inprentingstechniek. De computer zou kunnen bijhouden welke sommen al zonder problemen gingen, welke sommen nieuw werden geleerd of nog moeizaam gingen en welke sommen nog helemaal niet gaan. Op grond daarvan wordt dan een aangepast pakketje met oefeningen aangeboden. Een computer is onderhand al zeer goed in het verwerken van de rekenprestaties van leerlingen. Hij kan dat veel sneller en doelgericht als het programma goed geschreven is.

Het lijkt me dat vele softwarepakketten toch nog tekorten vertonen op cruciale punten. Ze geven bijvoorbeeld enkel oefeningen met een visuele projectie van de horizontale somvorm, kunnen enkel input van een toetsenbord herkennen als een goed antwoord, spelen vaak niet in op het doen functioneren van het langetermijngeheugen. Bij deze softwarepakketten kan een leerling enkel goed antwoorden als hij met een toetsenbord overweg kan en de getallen in de andere volgorde intikt (vergeleken met de gesproken getalvorm). Ondertussen moet hij nu eens focussen op het scherm, dan weer op het toetsenbord, terwijl hij eigenlijk enkel en alleen zou moeten bezig zijn met het leggen van de juiste associatie en het inprenten daarvan in zijn langetermijngeheugen. Bij deze softwarepakketten heeft hij ook niets moeten zeggen, waardoor je je kunt afvragen of hij die oefening ook mondeling zal aankunnen, wanneer hij de vocale versie zal nodig hebben bij cijferend rekenen of bij hoofdrekenen. Zo bekeken beoogt de huidige software een al te stuntelige leerprocedure die zeker niet uitblinkt in zijn efficiëntie en effectiviteit.

Deze euvels zijn grotendeels op te lossen als je met spraakherkenning werkt. Het lijkt me een mooie uitdaging voor programmeurs om de bestaande softwarepakketten voor het oefenen van sommen in die zin aan te passen. Technisch is het allicht mogelijk - of het praktisch ook kan met de huidige stand van zaken is nog af te wachten. Het is voor mij wel duidelijk dat softwareontwik-

kelaars ook moeten leren leerprincipes toe te passen als ze willen dat hun programma's "hout snijden" en het beoogde doel bereiken. Er zijn zeker heel wat variaties mogelijk in de aanbiedingsvorm, en dat kan als je er maar zorg voor draagt dat de leerling niet van het leerresultaat weggeleid wordt i.p.v. eraan toe...



Referenties

VAN PARREREN, C. F. (1960). *Psychologie van het leren*. Arnhem: van Loghum Slaterus.

ZIMMERMAN, B. J., & ROSENTHAL, T. L. (1974). Observational learning of rule-governed behavior by children. *Psychological Bulletin*, 81, 29-42.

- 1 Dyscalculie is een stoornis die gekenmerkt wordt door hardnekkige problemen met het leren en vlot/accuraat toepassen van reken- en wiskundekennis (feiten/afspraken). Zie het artikel van A. Desoete in dit Caleidoscoopnummer.
- 2 Voor meer uitleg over connectionistische netwerken, zie bv. Krom, R., Jongen, I., Verhelst, N., Kamphuis, F., & Kleintjes, F. (2010). DMT en AVI: Wetenschappelijke verantwoording. Arnhem, Cito Instituut voor toetsontwikkeling.
- 3 Een belangrijk principe uit de theorie van van Parreren is het principe van systeemscheiding. Informatie uit verschillende vakgebieden komt in het geheugen op verschillende plaatsen terecht. Deze systemen zijn vaak sterk van elkaar gescheiden om verwarring te voorkomen. Nadeel is dat het ook contra-productief kan werken omdat overeenkomsten niet worden herkend en het wiel daardoor steeds opnieuw moet worden uitgevonden.
- 4 Overigens is het aanbieden van opgaven in de horizontale somvorm van beperkte waarde, zeker voor kinderen die moeizaam leren rekenen. Je komt de horizontale somvorm in het dagelijks leven zelden tegen. Ook in de hogere leerstof is het vaak gemakkelijker en meer voor de hand liggend om de verticale somvorm van het cijferend rekenen te gebruiken. Bovendien zie je dat veel kinderen die moeizaam rekenen proberen om horizontaal aangeboden sommen toch op te lossen zoals ze een som in verticale vorm oplossen. Het zogenaamde hoofdrekenen is een nobel doel maar niet voor iedereen weggelegd. Toch niet in zijn ware betekenis, waarbij je de som leest, dan je blik op oneindig zet en al redenerend tot een goede oplossing komt. Zwakke rekenaars doen dat niet: ze zoeken het antwoord in de aangeboden som zelf en proberen al kijkend naar de som eenheden bij eenheden te tellen, tientallen bij tientallen enzovoorts. Ze zoeken houvast maar raken er vervolgens door in de war... Het is voor een goede rekendidactiek bovendien ook belangrijk om parate kennis te onderscheiden van hoofdrekenen. Hoofdrekenen gaat over heel wat meer en veel complexere sommen dan de in dit artikel geïllustreerde basissommen. Bij hoofdrekenen blijf je uiteraard der zaak wel degelijk inzichtelijk redeneren en moet je voortdurend je handelen sturen. Het is dan wel gemakkelijker als je kan steunen op een goede parate kennis van de basissommen.